



Datos Descriptivos

| | |
|---------------------------|---|
| ASIGNATURA: | MATEMÁTICA DISCRETA II |
| MATERIA: | Matemática Discreta y Estructuras Algebraicas |
| CRÉDITOS EUROPEOS: | 6 |
| CARÁCTER: | Obligatoria |
| TITULACIÓN: | Grado de Matemáticas e Informática por la Universidad Politécnica de Madrid |
| CURSO/SEMESTRE | Primero/ Segundo |
| ESPECIALIDAD: | No aplica |

| | | | |
|----------------------------|--------------------------|------------------------|--------------|
| CURSO ACADÉMICO | 2014-2015 | | |
| PERIODO IMPARTICION | Septiembre- Enero | Febrero - Junio | |
| | | x | |
| IDIOMA IMPARTICIÓN | Sólo castellano | Sólo inglés | Ambos |
| | x | | |

| | | |
|--|---------------------|---------------------------|
| DEPARTAMENTO: | Matemática Aplicada | |
| PROFESORADO | | |
| NOMBRE Y APELLIDO (C = Coordinador) | DESPACHO | Correo electrónico |
| Gregorio Hernández Peñalver (C) | 1306 | gregorio@fi.upm.es |
| Águeda Mata Hernández | 1312 | agueda@fi.upm.es |
| Carmen Escribano Iglesias | 1303 | cescribano@fi.upm.es |
| Victoria Zarzosa Rodríguez | 1313 | vzarzosa@fi.upm.es |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| | |
|--|-----------------------|
| CONOCIMIENTOS PREVIOS REQUERIDOS PARA PODER SEGUIR CON NORMALIDAD LA ASIGNATURA | |
| ASIGNATURAS SUPERADAS | Matemática Discreta I |
| | |
| | |
| | |
| OTROS RESULTADOS DE APRENDIZAJE NECESARIOS | |
| | |
| | |

Objetivos de Aprendizaje

| COMPETENCIAS Y NIVEL ASIGNADAS A LA ASIGNATURA | | |
|---|--|--------------|
| Código | COMPETENCIA | NIVEL |
| CE01 | Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos. | 3 |
| CE02 | Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos. | 3 |
| CE03 | Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema. | 3 |
| CE04 | Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles. | 2 |
| CE05 | Utilizar herramientas informáticas (de cálculo simbólico, de análisis estadístico, de cálculo numérico, de visualización,...) para resolver problemas planteados en términos matemáticos, bien de forma experimental, bien de forma rigurosa. | 3 |
| CE06 | Diseñar algoritmos y desarrollar programas para resolver problemas en matemáticas | 3 |
| CE07 | Conocer profundamente los cimientos esenciales y fundacionales de la informática, subrayando los aspectos esenciales de la disciplina que permanecen inalterables ante el cambio tecnológico | 2 |
| CE08 | Formalización y la especificación de problemas reales cuya solución requiere el uso de la informática | 2 |

| | | |
|------|---|---|
| CE09 | Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta. | 2 |
| CE11 | Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo | 2 |
| CE43 | Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo. | 3 |
| | | |

| Código | RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA |
|---------------|--|
| RA1. - | Conocer, comprender y aplicar los conceptos, técnicas y algoritmos básicos de la teoría de grafos. |
| RA2. - | Conocer y aplicar las técnicas de las funciones generatrices en la resolución de problemas de recuento. |
| RA3. - | Comprender las nociones de complejidad de un algoritmo y de complejidad de un problema. |
| RA4. - | Modelizar matemáticamente, con herramientas de teoría de grafos y funciones generatrices, problemas reales y aplicar diferentes técnicas y software matemático para resolverlos. |
| | |
| | |

Contenidos y Actividades de Aprendizaje

| CONTENIDOS ESPECÍFICOS (TEMARIO) | | |
|--|---|--------------------------|
| TEMA / CAPITULO | APARTADO | Indicadores Relacionados |
| Tema 1. Nociones básicas de grafos y digrafos | 1.1 Nociones generales. Representación de grafos. Matriz de adyacencia | I1, I2, I3 |
| | 1.2 Subgrafos. Operaciones con grafos. Isomorfismo de grafos | I1, I2, I4 |
| | 1.3 Sucesión de grados. Caracterización de las sucesiones gráficas. | I5 |
| | 1.4 Caminos en grafos y digrafos. Conexión | I6 |
| Tema 2. Árboles: Búsquedas y optimización | 2.1 Árboles. Árboles con raíz. Búsquedas en grafos. Recorridos en árboles. | I7, I8, I11, I12, I13 |
| | 2.2 Enumeración de árboles etiquetados. Fórmula de Cayley. Código de Prüfer | I9, I10 |
| | 2.3 Árbol generador de peso mínimo: Algoritmos de Prim, Kruskal y Boruvka | I14, I15, I44 |
| | 2.4 Otros criterios de optimización de árboles. | I16, I44 |
| Tema 3. Distancias y caminos mínimos | 3.1 Distancias en grafos. Excentricidad, centro, periferia y diámetro | I17, I20, I21 |
| | 3.2 Caminos mínimos: Algoritmo de Dijkstra | I18, I44 |
| | 3.3 Caminos mínimos: Algoritmos de Bellman-Ford y Floyd | I19, I44 |
| Tema 4. Complejidad de algoritmos | 4.1 Notación de Knuth. Crecimiento de funciones | I45 |
| | 4.2 Complejidad de algoritmos. Complejidad de problemas | I46 |

| | | |
|--|--|--------------------|
| | 4.3 Análisis de la complejidad de algoritmos básicos | 147 |
| | 4.4 Clases P y NP de problemas. Problemas NP-completos | 148 |
| Tema 5. Conectividad y orientabilidad | 5.1 Conectividad por vértices y por aristas | 122 |
| | 5.2 Caracterización por caminos: Teorema de Whitney | 123 |
| | 5.3 Orientabilidad de grafos. Caracterización de los grafos orientables | 124, 125 |
| Tema 6. Flujos en redes. Emparejamientos. | 6.1 Flujos y capacidades en una red. Teorema de Ford-Fulkerson. Algoritmo de etiquetado. | 126 |
| | 6.2 Conectividad y flujos. Teoremas de Menger | 127 |
| | 6.3 Emparejamientos en grafos bipartidos. Teorema de Hall | 128 |
| | 6.4 Optimización de emparejamientos: Algoritmo húngaro. Estabilidad | 129, 130 |
| Tema 7. Recorridos en grafos. | 7.1 Grafos eulerianos. Caracterización | 131, 132 |
| | 7.2 Algoritmos de construcción de recorridos eulerianos. Problema del cartero | 133, 134 |
| | 7.3 Grafos hamiltonianos. Propiedades | 131, 132 |
| | 7.4 Problema del viajante. Algoritmos aproximados | 135, 136, 137, 144 |
| Tema 8. Planaridad. | 8.1 Grafos planos. Fórmula de Euler | 138, 139, 140 |
| | 8.2 Caracterizaciones de la planaridad. Grafo dual | 138, 139, 140 |
| Tema 9. Coloración de grafos. | 9.1 Independencia y coloración. Número cromático | 141, 144 |

| | | |
|---|--|---------------|
| | 9.2 Algoritmos de coloración de vértices | 142 |
| | 9.3 Coloración de aristas. Otros criterios de coloración. Polinomio cromático. | 141, 144 |
| | 9.4 Coloración de mapas. Teorema de los cuatro colores | 143, 144 |
| Tema 10. Funciones generatrices. | 10.1 Funciones generatrices y problemas de recuento | 150, 151 |
| | 10.2 Series de potencias. Propiedades algebraicas. Fracciones simples | 151 |
| | 10.3 Resolución de relaciones de recurrencia por funciones generatrices | 150, 152, 154 |
| | 10.4 Funciones generatrices exponenciales | 153, 154 |

BREVE DESCRIPCIÓN DE LAS MODALIDADES ORGANIZATIVAS UTILIZADAS Y METODOS DE ENSEÑANZA EMPLEADOS

| | |
|---------------------------|--|
| CLASES DE TEORIA | Método expositivo / Lección magistral |
| CLASES PROBLEMAS | Resolución de ejercicios y problemas / Aprendizaje basado en problemas |
| PRACTICAS | Resolución de ejercicios y problemas con el ordenador |
| TRABAJOS AUTONOMOS | Estudio de cuestiones teóricas. Resolución de ejercicios y problemas |
| TRABAJOS EN GRUPO | Aprendizaje cooperativo |
| TUTORÍAS | Atención personalizada a los estudiantes |
| | |

| RECURSOS DIDÁCTICOS | |
|----------------------------|--|
| BIBLIOGRAFÍA | Referencias básicas |
| | N. Biggs: "Discrete Mathematics", 2nd ed. Oxford Univ. Press, 2002 |
| | J. Gross, J. Yellen: "Graph Theory and its Applications". CRC Press, 2nd ed. 2006 |
| | G. Hernández, "Grafos: Teoría y Algoritmos". Servicio de Publicaciones, Facultad de Informática, UPM, 2ª ed. 2014 |
| | Libros de consulta |
| | V. K. Balakrishnan: "Graph Theory (Schaum's Outline)". McGraw-Hill, 1997 |
| | G. Chartrand, P. Zhang: "Introduction to Graph Theory". McGraw-Hill, 2005 |
| | F. García Merayo, G. Hernández y A. Nevot: "Problemas resueltos de Matemática Discreta". Ed. Thomson-Paraninfo, 2003 |
| | W. Kocay, D. Kreher: "Graphs, Algorithms and Optimization". Chapman & Hall/CRC, 2005 |
| | D. Marcus: "Graph Theory, A Problem Oriented Approach". MAA Textbooks, Cambridge Univ. Press, 2008 |
| | J. Matousek, J. Nešetřil: "Invitación a la matemática discreta". Reverté, 2008 |
| | D. B. West: "Introduction to Graph Theory". Prentice Hall, 2001. |
| | H. Wilf: "Generatingfunctionology", 3rd ed. A. K. Peters, 2005 |
| RECURSOS WEB | Página web de la asignatura (http://www.dma.fi.upm.es/docencia/GradoMI/2014-2015/matematicadiscretall/) |
| | Sitio Moodle de la asignatura (http://web3.fi.upm.es/AulaVirtual/) |
| EQUIPAMIENTO | Laboratorio |
| | Aula XXXX |
| | Sala de trabajo en grupo |
| | |

Cronograma de trabajo de la asignatura

| Semana | Actividades Aula | Laboratorio | Trabajo Individual | Trabajo en Grupo | Actividades Evaluación | Otros |
|----------|---|---|---|------------------|---|-------|
| 1 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | • | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | | |
| 2 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | | |
| 3 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | | |
| 4 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas) | Realización de prácticas de ordenador (2 horas) | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | | |
| 5 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (2 horas) | Realización de prácticas de ordenador (2 horas) | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | Entrega primera práctica de laboratorio | |
| | | | | | | |

| Semana | Actividades Aula | Laboratorio | Trabajo Individual | Trabajo en Grupo | Actividades Evaluación | Otros |
|--------|---|---|---|---------------------------|---|-------|
| 6 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | Prueba de evaluación escrita de la primera parte del temario de la asignatura (2 horas) | |
| 6b | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | | | |
| 7 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | • | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | Tutoría inicial (2 horas) | | |
| 8 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas) | Realización de prácticas de ordenador (2 horas) | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo (5 horas) | | | |
| 9 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas) | Realización de prácticas de ordenador (2 horas) | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo (4 horas) | | Entrega segunda práctica de laboratorio | |
| 10 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (4 horas) | • | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos (5 horas) | • | | |

| Semana | Actividades Aula | Laboratorio | Trabajo Individual | Trabajo en Grupo | Actividades Evaluación | Otros |
|---------------|---|---|--|-----------------------------------|---|--------------|
| 11 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 hora) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo (3 horas) | | Prueba de evaluación escrita de la segunda parte del temario de la asignatura (2 horas) | |
| 12 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (3 horas) | Realización de prácticas de ordenador (2 horas) | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo (5 horas) | | Entrega tercera práctica de laboratorio | |
| 13 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo (5 horas) | | | |
| 14 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo. (2 horas) Tutoría (2 horas) | | | |
| 15 | Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5 horas) | | Estudio y ejercicios. Resolución y entrega de ejercicios propuestos. Preparación trabajo en grupo (5 horas) | | | |
| 16 | | | Estudio (4 horas) | Presentación del trabajo (1 hora) | Prueba de evaluación escrita de la tercera parte del temario de la asignatura (2 horas) | |

En total 162 horas: 63 horas de clase en el aula, 10 de laboratorio, 78 de estudio, 6 de pruebas de evaluación, 4 de tutorías, 1 de presentación del trabajo en grupo.

Sistema de evaluación de la asignatura

| EVALUACION | | |
|------------|--|---------------------|
| Ref | INDICADOR DE LOGRO | Relacionado con RA: |
| I1 | Modelizar problemas utilizando nociones de grafos | RA1, RA4 |
| I2 | Reconocer los elementos característicos de un grafo | RA1 |
| I3 | Deducir propiedades de un grafo a partir de su matriz de adyacencia | RA1 |
| I4 | Distinguir si dos grafos son isomorfos | RA1 |
| I5 | Decidir si una sucesión es realizable como sucesión de grados de un grafo simple | RA1 |
| I6 | Explicar el significado de la conectividad de un grafo e interpretarla en términos de tolerancia a fallos. | RA1 |
| I7 | Reconocer si un grafo es un árbol | RA1 |
| I8 | Describir las propiedades de los árboles | RA1 |
| I9 | Hallar el código de Prüfer de un árbol etiquetado | RA1 |
| I10 | Construir el árbol correspondiente a un código dado | RA1 |
| I11 | Describir la terminología de los árboles con raíz | RA1 |
| I12 | Resolver problemas de decisión utilizando árboles con raíz | RA4 |
| I13 | Describir los diferentes procesos de exploración de un grafo en términos de árboles | RA4 |
| I14 | Aplicar los algoritmos de Prim, Kruskal y Boruvka para construir el árbol generador de peso mínimo de un grafo ponderado | RA3, RA4 |
| I15 | Interpretar los algoritmos anteriores como algoritmos tipo "voraz" | RA3, RA4 |
| I16 | Describir algunos criterios de optimización de árboles | RA3, RA4 |
| I17 | Definir distancia entre vértices y caminos de longitud mínima en un grafo ponderado | RA1 |
| I18 | Aplicar el algoritmo de Dijkstra para calcular caminos de | RA3, RA4 |

| | | |
|-----|--|----------|
| | longitud mínima en grafos ponderados | |
| I19 | Aplicar los algoritmos de Bellman-Ford y Floyd para calcular distancias en grafos ponderados | RA3, RA4 |
| I20 | Calcular el centro, diámetro y periferia de un grafo | RA1 |
| I21 | Aplicar las nociones de centralidad de un grafo para resolver problemas de ubicación de servicios | RA4 |
| I22 | Describir la conectividad por vértices y por aristas de un grafo | RA1 |
| I23 | Interpretar la conectividad de un grafo en términos de caminos disjuntos | RA1 |
| I24 | Reconocer si un grafo es orientable | RA1 |
| I25 | Aplicar la búsqueda en profundidad para orientar un grafo | RA1, RA4 |
| I26 | Calcular el flujo máximo y la capacidad mínima en una red de transporte aplicando el algoritmo de Edmonds-Karp | RA1, RA4 |
| I27 | Relacionar las nociones de conectividad y flujos en redes. Describir teoremas tipo max-min en grafos | RA1 |
| I28 | Describir la relación entre emparejamientos y recubrimientos en grafos generales y bipartidos | RA1 |
| I29 | Aplicar el algoritmo húngaro para optimizar emparejamientos en grafos bipartidos. | RA1, RA4 |
| I30 | Analizar los problemas de estabilidad en emparejamientos | RA1, RA4 |
| I31 | Reconocer si un grafo es euleriano o hamiltoniano | RA1 |
| I32 | Describir condiciones necesarias o suficientes para decidir si un grafo es euleriano o hamiltoniano | RA1 |
| I33 | Aplicar el algoritmo de Fleury para construir recorridos eulerianos | RA1 |
| I34 | Utilizar los recorridos eulerianos en el problema de la conversión de señales analógicas a digitales | RA4 |
| I35 | Presentar el “Problema del Viajante” incidiendo en la complejidad de su resolución exacta | RA1 |
| I36 | Describir algoritmos aproximados para la resolución del “Problema del Viajante” | RA3, RA4 |

| | | |
|-----|---|----------|
| I37 | Analizar la bondad de las soluciones aproximadas a los problemas | RA3, RA4 |
| I38 | Caracterizar los grafos planares | RA1 |
| I39 | Detectar si un grafo es planar | RA1 |
| I40 | Utilizar la fórmula de Euler de los grafos planos para obtener propiedades de dichos grafos | RA1 |
| I41 | Conocer los parámetros de coloración e independencia en grafos y sus relaciones. | RA1 |
| I42 | Describir varios algoritmos de coloración de grafos | RA1, RA3 |
| I43 | Explicar el significado del "Teorema de los cuatro colores" | RA1 |
| I44 | Interpretar un problema en términos de grafos analizando qué concepto de grafos permite obtener una solución al mismo | RA1, RA4 |
| I45 | Comparar el crecimiento de funciones con la notación de Knuth | RA3 |
| I46 | Comprender la diferencia entre complejidad de un algoritmo y de un problema | RA3 |
| I47 | Analizar la complejidad de algoritmos básicos | RA3 |
| I48 | Distinguir entre problemas de la clase P y de la clase NP | RA3 |
| I49 | Describir el significado de la NP-completitud | RA3 |
| I50 | Expresar problemas de recuento en términos de funciones generatrices | RA2 |
| I51 | Manejar expresiones algebraicas como series de potencias | RA2 |
| I52 | Resolver problemas de recuento y relaciones de recurrencia utilizando funciones generatrices | RA2 |
| I53 | Distinguir entre funciones generatrices ordinarias y exponenciales | RA2 |
| I54 | Aplicar las funciones generatrices a problemas de particiones y de análisis de complejidad | RA2 |

La tabla anterior puede ser sustituida por la tabla de rúbricas.

| EVALUACION SUMATIVA | | | |
|--|-------------------------|---------------------|--------------------------------|
| BREVE DESCRIPCION DE LAS ACTIVIDADES EVALUABLES | MOMENTO | LUGAR | PESO EN LA CALIFICACIÓN |
| Resolución y entrega de ejercicios propuestos | Semanas 1 a 14 | Aula de clase | 20% (*) |
| Realización de ejercicios en laboratorio | Semanas 4, 5, 8, 9 y 12 | Sala de ordenadores | |
| Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (primera parte del temario de la asignatura) | Semana 6 | Aula de clase | 23% |
| Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (segunda parte del temario de la asignatura) | Semana 10 | Aula de clase | 23% |
| Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (tercera parte del temario de la asignatura) | Semana 16 | Aula de clase | 24% |
| Realización y exposición pública de un trabajo en grupo | Semanas 7 a 16 | Aula de clase | 10% |
| | | | |

(*) Distribuido de manera homogénea entre todas las entregas

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Convocatoria ordinaria (junio)

Según una de las siguientes opciones:

1) Sistema de evaluación continua.

La calificación del alumno será la que resulte en la suma correspondiente del cuadro de evaluación anterior.

Será condición indispensable para la evaluación continua la entrega de, al menos, el 80% de los ejercicios propuestos tanto en clase como en el laboratorio y la participación activa en el trabajo en grupo. Asimismo es necesario alcanzar una nota mínima de un 3 sobre 10 en cada una de las pruebas de evaluación escrita que aparecen en la tabla anterior. Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

2) Sistema de “sólo prueba final”

El alumno que desee seguir el sistema de evaluación mediante sólo prueba final, deberá comunicarlo por escrito al coordinador de la asignatura en el plazo de un mes a contar desde el inicio de la actividad docente de la asignatura.

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10

Convocatoria Extraordinaria de julio

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

***Las fechas de publicación de notas y revisión de exámenes se notificarán en el momento del correspondiente examen